



A Total Covering Problem and Facility Dispersion with Existing Facility, Capacitated Demand, and Variable Transfer Cost

Ali Naimi Sadigh^{1,*}, Amir Emami², Marzieh Mozafari³

¹Information Technology Research Department, Iranian Research Institute for Information Science and Technology (IranDoc), Tehran, Iran.

²MSc of Industrial Engineering, Electronic Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

³Assistant Professor of Department of Industrial Engineering, Electronic Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

Abstract

Total covering problem is one of the most commonly used issues of locating facilities. In this context, the goal of determining the P service center is to cover at least the cost of deploying all demand points. These issues have a wide range of nature and scope, each of which is optimized by taking into account certain conditions in order to find the answer. One of these conditions can be a situation in which, in addition to full coverage of demand, the dispersion of facilities is also considered. Facility dispersion means maximizing the distance between facilities with respect to existing limits. This research seeks to provide a suitable model considering the predictable limits of the real world and the use of an appropriate method for solving the cover-dispersion model. Accordingly, the full coverage of the solution space and the choice of the optimal location of the facility with maximum dispersion, taking into account the minimum number of facilities and the lowest cost of deployment, due to the limited capacity of facilities and the minimization of transportation costs are the goals of this research. Due to the NP-HARD nature of the coating and literature models, solving these models, an algorithm is designed based on the genetic method for solving the model. In order to improve the quality of the algorithm's parameters, the parameters of the algorithm are set by the Taguchi experimental design method. The results show that the algorithm is suitable for the model.

Keywords: Total covering problem, Facility dispersion, Genetic algorithm, Taguchi method.

Original Article

Receive: 31/05/2020

Review: 25/07/2020

Revise: 15/10/2020

Accept: 03/11/2020

Citation:

Ali Naimi-Sadigh, A., Emami, A., & Mozafari, M. (2020). A total covering problem and facility dispersion with existing facility, capacitated demand, and variable transfer cost. *Decisions & operations research*, 5(3), 363-381.

* Corresponding Author

Email Address: naimi@irandoc.ac.ir

DOI: 10.22105/dmor.2020.247977.1217

مسئله پوشش کامل در حالت حداکثر سازی پراکندگی مکانی با در نظر گرفتن تسهیلات موجود، محدودیت ظرفیت و هزینه متغیر انتقال

علی نعیمی صدیق^۱، امیر امامی^۲، مرضیه مظفری^۳

^۱گروه پژوهشی کسب و کار الکترونیک، پژوهشکده فناوری اطلاعات، پژوهشگاه علوم و فناوری اطلاعات ایران (ایرانداک).

^۲کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، واحد الکترونیکی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

^۳استادیار دانشکده مهندسی صنایع، واحد الکترونیکی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

چکیده

مسئله پوشش کامل از جمله مسائل پرکاربرد مکان‌یابی تسهیلات محسوب می‌شود. در این مسئله هدف تعیین P مرکز سرویس به گونه‌ای است که با حداقل هزینه استقرار تمام نقاط تقاضا پوشش یابند. این مسائل ماهیت و حوزه عمل گسترده‌ای دارند که هر یک از مدل‌ها با لحاظ کردن شرایط خاصی در تکاپوی یافتن جواب بهینه هستند. یکی از این شرایط می‌تواند حالتی باشد که افزون بر پوشش کامل تقاضا، پراکندگی مکانی تسهیلات نیز مدنظر قرار می‌گیرد. پراکندگی مکانی به معنای حداکثرسازی فاصله بین تسهیلات با توجه به محدودیت‌های موجود است. این پژوهش به دنبال ارائه مدلی مناسب با در نظر داشتن محدودیت‌های قابل پیش‌بینی در دنیای واقعی و استفاده از یک روش مناسب برای حل مدل پوشش-پراکندگی است. بر همین اساس پوشش کامل فضای حل و انتخاب محل بهینه تسهیلات با حداکثر پراکندگی مکانی و با در نظر گرفتن حداقل تعداد تسهیلات و کمترین هزینه استقرار با توجه به محدودیت ظرفیت تسهیلات و حداقل نمودن هزینه‌های حمل و نقل از اهداف این پژوهش به‌شمار می‌آید. با توجه به ماهیت NP - $HARD$ مدل‌های پوشش و ادبیات حل این مدل‌ها، الگوریتمی بر مبنای روش ژنتیک برای حل مدل طراحی شده است و به منظور افزایش کیفیت جواب مقادیر پارامترهای الگوریتم توسط روش طراحی آزمایش تاکوچی تنظیم شده است. نتایج به‌دست آمده نشان‌دهنده مناسب بودن الگوریتم مذکور برای مدل ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: مسئله پوشش کامل، پراکندگی تسهیلات، الگوریتم ژنتیک، روش تاکوچی.

مقاله پژوهشی

پذیرش: ۱۳۹۹/۰۸/۱۳

اصلاح: ۱۳۹۸/۰۷/۲۴

داوری: ۱۳۹۸/۰۵/۰۴

دریافت: ۱۳۹۹/۰۳/۱۱

۱- مقدمه

برنامه‌ریزی تسهیلات به دلیل اهمیت و تأثیر فراوانی که در کاهش هزینه‌های ایجاد و راه‌اندازی فعالیت‌ها دارد از مباحث مهم در مهندسی صنایع محسوب می‌شود. مکان‌یابی تعیین محل قرار گرفتن تسهیلات به منظور برآورده شدن اهداف سازمان با کمترین هزینه و بالاترین کیفیت ممکن را بررسی می‌کند. هزینه‌های قابل توجه مربوط به جابجایی و راه‌اندازی تسهیلات، پروژه‌های مکان‌یابی را به سرمایه‌گذاری‌های بلندمدت تبدیل کرده است. مسائل مکان‌یابی با توجه به مفروضات و محدودیت‌های مسئله، نوع تابع هدف و کاربردهای آن به انواع متفاوتی تقسیم شده‌اند. یکی از مهم‌ترین و پرکاربردترین مدل‌ها در زمینه مکان‌یابی تخصیص، مسائل پوشش هستند که هدف سرویس گرفتن هر نقطه‌ی تقاضا توسط مرکزی است که در فاصله‌ی معقول از آن قرار گرفته باشد. بسیاری از مدل‌های مکان‌یابی با هدف پوشش توسعه پیدا

* نویسنده مسئول

آدرس رایانامه: naimi@irandoc.ac.ir

شناسه دیجیتال: 10.22105/dmor.2020.247977.1217

کرده‌اند و محدودیت‌ها، جزئیات و جنبه‌های مختلفی از آن را مورد بررسی قرار داده‌اند. بسیاری از مسائل مانند تعیین تعداد و مکان ایستگاه‌های پلیس، کتابخانه‌ها، بیمارستان‌ها، پایگاه‌های نظامی، دستگاه‌های رادار، ادارات پست، محل دفع پسماندها، ایستگاه‌های آتش‌نشانی و سایر مراکز خدماتی و تولیدی می‌تواند به صورت مسائل پوشش فرمول‌بندی می‌شوند. یکی از این شرایط می‌تواند حالتی باشد که علاوه بر پوشش تقاضا، پراکندگی تسهیلات نیز مدنظر قرار می‌گیرد. پراکندگی تسهیلات به معنای حداکثر سازی فاصله بین تسهیلات با توجه به محدودیت‌های موجود است. پراکندگی تسهیلات می‌تواند در گستره وسیعی از موارد مانند مکان‌یابی تسهیلات حساس، شعبات مراکز دولتی، تسهیلات نامطلوب، دور نگه داشتن رقبا در یک سیستم نمایندگی^۱، جلوگیری از تداخل امواج و... کاربرد داشته باشد. به عنوان مثال در بحث استقرار مراکز خدماتی، به منظور تحت پوشش قرار دادن سطح وسیع‌تری از منطقه، مکان نمایندگی‌های خود را با توجه به فضای شدنی به گونه‌ای تعیین می‌نماید که تسهیلات جدید علاوه بر پوشش تقاضا دارای حداکثر فاصله‌ای مشخص از یکدیگر باشند. یا در حوزه مکان‌یابی تسهیلات حساس و نظامی، ایجاد پراکندگی و تمرکززدایی تاسیسات، تجهیزات و نیروها در کنار پوشش مناسب منطقه از جمله موارد قابل اهمیتی است که در پدافند غیرعامل به آن پرداخته می‌شود. با توجه به این‌که این مدل‌ها از نوع مسائل *NP-Hard* می‌باشند لذا با افزایش ابعاد مسئله، زمان حل به طور تصاعدی افزایش می‌یابد. به این ترتیب ارائه الگوریتمی با زمان حل مناسب و جوابی با کیفیت مورد اهمیت است. تنوع و گستردگی مدل‌های پراکندگی و پوشش باعث شده است که یک مدل کلی مناسب برای تمام شرایط و محیط‌ها وجود نداشته باشد. یکی از موارد متداول در این گونه مسائل، متفاوت بودن هزینه انتقال بین هر تسهیل و نقطه‌ی تحت پوشش آن است که می‌تواند ناشی از متفاوت بودن زمان رسیدن، طول مسافت و یا دلایل دیگر باشد. همان گونه که در ادامه مقاله اشاره خواهد گردید هر چند مطالعات بسیاری به ارائه انواع مدل‌های پوشش و پراکندگی پرداخته‌اند اما مطالعات اندکی به ترکیب این دو موضوع با مدنظر گرفتن محدودیت‌های مختلف اختصاص دارد. نوآوری این پژوهش ترکیب جنبه‌های گوناگون پوشش و پراکندگی است که در یک مدل یکپارچه در نظر گرفته شده است. مدل ارائه شده در این تحقیق یک تلفیق نوآورانه و کاربردی از مسئله پوشش کامل با تسهیلات موجود و حداکثر سازی پراکندگی از نوع *P-Dispersion-Sum Problem* (*PDSP*) است به گونه‌ای که هزینه متغیر حمل و نقل از تسهیلات ظرفیت‌دار به نقاط تقاضا نیز لحاظ گردیده است. در این راستا این مقاله به دنبال ارائه مدلی مناسب با در نظر داشتن محدودیت‌های قابل پیش‌بینی در دنیای واقعی و استفاده یک روش مناسب برای حل مدل است. بر همین اساس پوشش کامل فضای حل و انتخاب محل بهینه تسهیلات با حداکثر پراکندگی و همچنین حداقل تعداد تسهیلات و کمترین هزینه‌ی استقرار با توجه به محدودیت ظرفیت تسهیلات و حداقل نمودن هزینه‌های حمل و نقل از اهداف مدل ارائه شده می‌باشد. در ادامه در بخش دوم پیشینه پژوهش مورد بررسی قرار می‌گیرد و به دسته‌بندی و تعریف مفاهیم پایه تحقیقات صورت گرفته و شکاف‌های موجود در این زمینه خواهیم پرداخت، سپس در بخش سوم مدل ریاضی مسئله بیان می‌گردد و رویکرد پیشنهادی این تحقیق که استفاده از مسئله پوشش کل بر مبنای پراکندگی و هزینه انتقال متفاوت است را مورد بررسی قرار داده و در نهایت یک مدل یکپارچه ارائه می‌شود. در بخش چهارم نیز به رویکرد حل مدل پیشنهادی و حل نمونه‌ای فرضی توسط الگوریتم ژنتیک اختصاص می‌یابد. به منظور مقایسه کارایی الگوریتم پیشنهادی در قسمت پنجم نتایج محاسباتی گنجانده شده است و در نهایت نتیجه‌گیری و پیشنهاد برای مطالعات آتی در بخش ششم مورد بحث قرار می‌گیرد.

۲- پیشینه پژوهش

در این بخش به مرور تحقیقات صورت گرفته در موضوع پراکندگی و پوشش خواهیم پرداخت.

۲-۱- مرور ادبیات مسئله پوشش کامل

مسئله پوشش کامل اغلب دارای جواب بهینه چندگانه است. این ویژگی باعث شده که بتوان اهداف دیگری را نیز به این مسائل اضافه نمود. همچنین در این مسائل، یک مدل کلی که برای تمام شرایط و محیط‌ها مناسب باشد وجود ندارد. به همین دلیل محققان بسیاری به توسعه‌ی آن برای شرایط گوناگون پرداخته‌اند. اولین بحث‌ها در مورد مسئله پوشش توسط کلر^۲ (۱۹۶۵) مطرح شد. تاکنون توسعه‌های

^۱Franchise
^۲Keller



زیادی در مورد مسائل پوشش در زمینه‌ی تکنیک‌های حل و فرضیات این مسئله انجام شده است. این مسئله یکی از مسائل معروف برنامه‌ریزی صفر و یک^۱ است و فضای حل قابل قبول این مسئله يك شبکه (گراف) است. مسئله‌ی پوشش از نظر پوشش یافتن تقاضا به دو نوع پوشش کامل و جزئی تفکیک می‌شود. تورگاس و همکاران^۲ (۱۹۷۱) اولین مدل ریاضی را برای مسائل پوشش کامل تحت نام پوشش مجموعه^۳ ارائه داده‌اند و از آن برای مکان‌یابی تسهیلات اضطراری استفاده نمودند. در این مسئله هدف، حداقل نمودن هزینه‌ی استقرار به‌گونه‌ای است که تمام نقاط تقاضا پوشش یابند. کورنت و استوربک^۴ (۱۹۸۸) به تشریح مدل پوشش کامل با هدف کمینه‌سازی هزینه استقرار تسهیلات، با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت تسهیلات^۵ پرداخته‌اند. داسکین^۶ (۱۹۹۵) مکان‌های بالقوه برای استقرار را به دو مجموعه‌ی دارای وسیله موجود و فاقد آن تقسیم نمود. مدل پوشش کامل ارائه‌شده وی برای مکان‌هایی که فاقد وسیله‌ی موجود بودند هزینه‌ی بیشتری در نظر گرفته است. نعیمی صدیق و همکاران^۷ (۲۰۱۰) به توسعه‌ی مدل پوشش کامل یال‌های گراف پرداخته‌اند. در این مدل امکان پوشش کامل هر یال توسط پوشش جزئی چندین گره فراهم می‌شود.

برمن و همکاران^۸ (۲۰۱۱) مدل پوشش مشارکتی را با هدف حداقل نمودن تسهیلات در يك شبکه گسسته معرفی نمودند^۹. دگل و لاتر^{۱۰} (۲۰۱۳) به توسعه‌ی مدل پوشش کامل برای تسهیلات اضطراری در حالت عدم قطعیت مقادیر ماتریس ضرایب پوشش و بهینه‌سازی آن در حالت استوار (پایدار) پرداختند. گوپتا و ساکسینا^{۱۱} (۲۰۱۴) از برنامه‌ریزی کسری خطی با رویکرد فازی برای مدل‌سازی مسئله پوشش کامل در حالت نامعینی هزینه استفاده نمودند. لیو و همکاران^{۱۲} (۲۰۱۴) پوشش کامل مجموعه را جایگزین تئوری مجموعه راف^{۱۳} در سیستم‌های اطلاعاتی نموده‌اند. به عبارتی مسئله تئوری راف را به مسئله پوشش کامل در حالت کمینه‌سازی تبدیل نموده است. سانگ و همکاران^{۱۴} (۲۰۱۵) مدلی با هدف پوشش کامل نقاط تقاضا و پیدا نمودن مجموعه‌ای از مسیرها با حداقل مسافت و کمترین وسیله‌ی نقلیه ارائه نموده‌اند. همتی و اسمیت^{۱۵} (۲۰۱۶) از مسئله پوشش کامل در مدل پوشش رقابتی استفاده نموده است. برای این منظور مدل استکلبرگ دوسطحی رهبر- پیرو ارائه شده است. لاتر و همکاران^{۱۶} (۲۰۱۷) مدلی استوار برای پوشش کامل مجموعه در حالت احتمالی و عدم قطعیت با هدف کاهش تسهیلات اضطراری ارائه نموده‌اند.

سولترا و همکاران^{۱۷} (۲۰۱۸) یک مدل پوشش کامل تک هدفه به‌منظور نمودن تعداد تسهیلات ظرفیت دار در اولویت نخست و حداقل نمودن مجموع فاصله مشتریان تا تسهیلات به‌منظور بهبود جواب اولیه ارائه نموده‌اند. آن‌ها از مقادیر وزنی برای اولویت‌دهی به هدف اول استفاده نموده‌اند. حل مدل توسط الگوریتم شاخه و کران صورت گرفته است.

ویرا و همکاران^{۱۸} (۲۰۲۰) مدلی به‌منظور مکان‌یابی و تعیین تعداد شمارنده‌های ترافیکی با هدف پوشش کامل شبکه راه‌ها به‌منظور دستیابی به اطلاعات ترافیکی ارائه نموده‌اند. آن‌ها برای حل این مسئله از الگوریتم ترکیبی شاخه و برش و حریصانه بر پایه مسئله پوشش مجموعه استفاده نموده‌اند.

^۱ Binary Integer Programming

^۲ Toregas

^۳ Set Covering Problem

^۴ Current

^۵ Capacitated Set Covering Problem

^۶ Daskin

^۷ Naimi Sadigh et al.

^۸ Berman et al.

^۹ Cooperative SCP

^{۱۰} Degel & Lutter

^{۱۱} Gupta & Saxena

^{۱۲} Liu et al.

^{۱۳} Rough set

^{۱۴} Song et al.

^{۱۵} Hemmati & Smith

^{۱۶} Lutter et al.

^{۱۷} Suletra

^{۱۸} Vieira et al.



ارکات^۱ (۱۹۹۰) به‌طور جامع به تشریح مدل‌های پراکندگی پرداخته‌اند. آن‌ها یک نام‌گذاری قراردادی سه‌جزئی برای تمایز بین انواع مختلف پراکندگی به‌کار گرفته‌اند. در این قرارداد نخستین جزء برای تمامی مدل‌ها MAX است که نشان می‌دهد همه‌ی مدل‌ها به دنبال حداکثر نمودن مقدار پراکندگی بین مکان‌های انتخاب‌شده هستند. جزء دوم و سوم می‌توانند SUM یا MIN باشند. هنگامی که عملگر MIN استفاده می‌شود، تابع هدف توسط حداقل فاصله بین هر تسهیل و هر یک از همسایگانش محدود می‌شود. عملگر SUM نیز مجموع فاصله بین هر تسهیل و سایر محصولات را محدود می‌کند.

پروکوپو^۲ و همکاران (۲۰۰۹) مسائل پراکنده‌سازی عادلانه را در سه حالت مطرح نمود در روش اول میانگین پراکندگی بین تسهیلات ماکزیمم شده است. در روش دوم به دنبال ماکزیمم نمودن حداقل مجموع فواصل بین تسهیلات است و در روش سوم هدف کمینه‌سازی حداکثر پراکندگی بین تسهیلات است. بشیری و همکاران^۳ (۲۰۱۰) مدلی چندهدفه برای مسئله مکان‌یابی شبکه‌ی تسهیلات مهلك با در نظر گرفتن پراکندگی و هزینه‌ی کل ارائه نموده‌اند. در این مقاله مدلی برای تعیین مکان تسهیلات ظرفیت دار یک شبکه در هنگامی که تسهیل چندنوعه می‌باشد، به صورت $bi-Objective$ ارائه شده است. باهاتاچاریا^۴ (۲۰۱۱) یک مدل چندهدفه برای مکان‌یابی تسهیلات نامطلوب ارائه نمود. در این مسئله مدل پراکندگی $MaxMin$ با در نظر گرفتن بیشینه‌سازی نقاط تقاضای پوشش یافته توسعه یافت. فاضل‌زرنندی و همکاران^۵ (۲۰۱۲) مسئله پوشش مجموعه‌ای هاب را با در نظر گرفتن پوشش پشتیبان و پراکندگی اجباری با هدف حداقل نمودن تعداد تسهیلات هاب مطرح نمودند. آن‌ها یک حد پایین برای فاصله‌ی بین گره‌های هاب در نظر گرفته‌اند تا درجه‌ای مشخص از پراکندگی نیز در مسئله لحاظ شود. کرباسیان و دشتی^۶ (۲۰۱۳) به توسعه‌ی مدلی چندهدفه بر اساس پراکندگی تسهیلات با در نظر گرفتن تحلیل پوششی داده‌ها و حداکثرسازی پراکندگی پرداختند. هدف این مسئله انتخاب نقاطی با بیشترین پراکندگی، حداکثر کارایی و پوشش بیشترین تقاضا در حالت محدودیت تسهیلات بوده است. در نهایت از روش برنامه‌ریزی آرمانی فازی برای حل مدل استفاده نمودند. باتا و همکاران^۷ (۲۰۱۴) مسئله مکان‌یابی تسهیلات عمومی با در نظر گرفتن پراکندگی تسهیلات، جمعیت و برابری در سرویس‌دهی به نقاط را مطرح نمودند. در این حالت آن‌ها علاوه بر پوشش نقاط، بیشینه‌سازی فاصله‌ی بین تسهیلات را نیز در نظر گرفته‌اند. بوواچ و همکاران^۸ (۲۰۱۴) مدلی برای مکان‌یابی ایستگاه‌های شارژ ماشین‌های الکتریکی در شهر لیون ارائه نمودند. هدف این مدل حداکثرسازی پوشش در حالت احتمالی و محدودیت تسهیلات و حداقل‌سازی هزینه استقرار و هزینه سفر متقاضیان با در نظر گرفتن پراکندگی تسهیلات در محدودیت مسئله است. برمن و همکاران^۹ (۲۰۱۶) مدلی برای پوشش حداکثر تقاضا توسط تسهیلات نامطلوب ارائه نموده‌اند. در این مدل تقاضا بر روی یال‌های شبکه به صورت پیوسته توزیع شده است و تسهیلات امکان استقرار در تمام شبکه را با در نظر گرفتن محدودیت فاصله بین تسهیلات و نقاط تقاضا را دارند. ارکات و زمانی^{۱۰} (۲۰۱۶) یک مدل دوهدفه ریاضی برای مکان‌یابی تسهیلات حساس با ظرفیت نامحدود و مبتنی بر اصول پدافند غیرعامل به صورت کمینه‌سازی میزان عدم پوشش و بیشینه نمودن کمینه‌ی فاصله‌ی تسهیلات از یکدیگر ارائه نموده‌اند و به منظور حل مدل از الگوریتم ژنتیک استفاده گردیده است.

حکیم‌پور و همکاران^{۱۱} (۲۰۱۷) به مکان‌یابی رقابتی در حوزه بانکی با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک، شبیه‌سازی تبرید و فاخته‌ها پرداختند که پراکندگی بین شعب را نیز در نظر گرفتند. بشیری و یعقوبی^{۱۲} (۲۰۱۷) با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ذرات مسئله مکان‌یابی مرکز را حل نمودند که در آن دو سطح خدمات متفاوت تعریف کردند.

^۱Erkut^۲Prokopyev^۳Bashiri et al.^۴Bhattacharya^۵Fazel Zar&i^۶Karbasian & Dashti^۷Batta^۸Baouch et al.^۹Berman et al.^{۱۰}Arkat & Zamani^{۱۱}Hakimpour et al.^{۱۲}Bashiri & Yaghoubi



توتونچی و فتحی^۱ (۲۰۱۹) یک مدل دو معیاره برای مسئله P پراکندگی مرکز پیشنهاد نموده‌اند و با در نظر گرفتن محدودیت‌های مسئله بسته‌بندی مجموعه^۲ و پوشش مجموعه از یک الگوریتم با رویکرد افزایشی برای حل مسئله استفاده نموده‌اند. هدف اول آن‌ها کمینه‌سازی حداکثر فاصله موقعیت‌های بالقوه و سایر نقاط و هدف دوم بیشینه‌سازی حداقل فاصله بین نقاط بالقوه را عنوان می‌نماید.

مرور پژوهش‌های انجام‌شده در حوزه پوشش و پراکندگی نشان می‌دهد که هرچند مطالعات بسیاری به ارائه انواع مدل‌های پوشش و پراکندگی پرداخته‌اند اما مطالعات اندکی به ترکیب این دو موضوع با مدنظر گرفتن محدودیت‌های مختلف اختصاص دارد. نقطه قوت این پژوهش ترکیب جنبه‌های گوناگون پوشش و پراکندگی است که در یک مدل یکپارچه در نظر گرفته شده، در حالی که در سایر تحقیقات این جامعیت لحاظ نگردیده است. از طرفی انتخاب الگوریتمی مناسب برای حل مدل در زمان منطقی و ارائه جواب باکیفیت از اهمیت زیادی برخوردار است. به همین منظور در این مقاله یک مدل ریاضی برای مسئله پوشش کامل در شرایط تسهیلات موجود و تلفیق آن با مسئله حداکثر سازی پراکندگی از نوع $PDSP$ با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت و هزینه حمل و نقل متفاوت ارائه گردیده است. سپس با ارائه یک روش حل کارا برای مدل پیشنهادی در زمان مناسب، مسئله در قالب یک مثال عددی هم در ابعاد کوچک با روش دقیق و هم در ابعاد بزرگ توسط الگوریتم ژنتیک حل گردیده است (مختاری^۳، ۲۰۱۷).

۳- مدل سازی مسئله

در این قسمت مدل ترکیبی $MaxSum DP$ و پوشش کامل با در نظر گرفتن هزینه متفاوت انتقال و محدودیت ظرفیت تسهیلات ارائه می‌گردد. مدل مذکور دارای قابلیت تغییر برای حالت‌ها و محدودیت‌های مختلف است. به گونه‌ای که می‌توان، مسئله را به صورت تک منبعی و چندمنبعی ارائه نمود. در حالت تک منبعی، تقاضای هر نقطه توسط یک تسهیل برآورده می‌شود. در حالی که با اضافه نمودن هزینه حمل و نقل و محدودیت مربوط به آن، مسئله قابل تعمیم به حالت چندمنبعی می‌باشد. همچنین با لحاظ نمودن تسهیلات از قبل استقرار یافته در شبکه، می‌توان مدل را به شرایط دنیای واقعی نزدیک‌تر نمود. از سوی دیگر با در نظر گرفتن محدودیت تعداد تسهیلات قابل استقرار، قابلیت ارائه مدل به صورت درون‌گرا وجود دارد.

هدف این مدل انتخاب P مکان از بین n محل کاندید به گونه‌ای است که هم فاصله بین آن‌ها حداکثر شود و هم پوشش نقاط تقاضا به صورت کامل انجام گیرد. مدل ارائه‌شده به گونه‌ای عمل می‌کند تا نقاطی انتخاب شوند که علاوه بر داشتن حداکثر پراکندگی، هزینه‌های حمل و نقل و استقرار تسهیلات را نیز حداقل نموده و همچنین تقاضا را به صورت کامل پوشش دهد.

نوع شبکه مورد بررسی عمومی است. به عبارت بهتر امکان تشکیل حلقه وجود دارد. مسئله بر روی شبکه گسسته بررسی می‌گردد و گره‌ها نمایانگر نقاط بالقوه هستند. مشتریان و تسهیلات هر دو بر هم منطبق بوده و روی گره‌های این شبکه مستقر هستند. تقاضای هر گره مقداری ثابت و مشخص است. تسهیلات به شکل یکسان در نظر گرفته‌شده و مراکز سرویس هم‌جنس می‌باشند. مسئله به شکل ایستا است، به این معنا که ورودی‌های مسئله به زمان بستگی ندارند. همچنین تسهیلات در نظر گرفته‌شده محدودیت ظرفیت دارند. ابتدا پیش از ارائه مدل به معرفی اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم مدل می‌پردازیم:

اندیس‌ها.

مجموعه نقاط کاندید استقرار $j = 1, \dots, m$.

مجموعه نقاط تقاضا $i = 1, \dots, n$.

$k \in j$ و $i, j \in N$

^۱Tutunchi & Fathi

^۲Set Packing Problem

^۳Mokhtari



پارامترها.

f_j : هزینه ثابت استقرار تسهیل در نقطه j ام.

P : تعداد تسهیلات مورد نیاز.

S_j : ظرفیت تسهیل j ام.

D_i : میزان تقاضا در نقطه i ام.

C_{ij} : هزینه انتقال از تسهیل j ام به نقطه تقاضای i ام.

d_{jk} : فاصله بین نقطه بالقوه j ام و نقطه بالقوه k ام.

a_{ij} : برابر یک است اگر گره i در شعاع پوشش گره j باشد و در غیر این صورت صفر است.

متغیرهای تصمیم.

y_j : یک متغیر دودویی که برابر یک است اگر تسهیلی در سایت j مستقر شود و در غیر این صورت صفر است.

b_{ij} : مقدار تقاضای نقطه i ام که توسط تسهیل j ام تامین می‌شود.

به منظور تسهیل در حل مدل فوق می‌توان توابع هدف را که به ترتیب مربوط به کمینه‌سازی هزینه‌ها و پراکندگی تسهیلات است، با یکدیگر ادغام نموده و مدل دو هدفه فوق را به یک مدل کمینه‌سازی تک هدفه تبدیل نمود.

$$\min w_1 \left(\sum_{j \in j_e} y_j + (1 + \varepsilon) \sum_{j \in j_n} y_j + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n c_{ij} b_{ji} \right) - \quad (1)$$

$$w_2 \left(\sum_{j \in j_e} \sum_{j \in j_e} d_{jk} y_j y_k - (1 + \varepsilon) \sum_{j \in j_n} \sum_{k \in j_n} d_{jk} y_j y_k \right).$$

s.t.

$$\sum_{j \in j_e} a_{ij} y_j + \sum_{j \in j_n} a_{ij} y_j \geq 1. \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^m b_{ij} = D_i. \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n D_i \leq s_j y_j. \quad (4)$$

$$w_1 + w_2 = 1. \quad (5)$$

$$a_{ij}, y_j \in 0, 1. \quad (6)$$

$$j \in j_e \cup j_n. \quad (7)$$

$$\varepsilon < 1 / |j_n|. \quad (8)$$



در تابع فوق، تابع هدف (۱) مجموع هزینه‌های ثابت استقرار تسهیلات و هزینه‌ی حمل‌ونقل به نقاط متقاضی را حداقل می‌سازد. پراکندگی میان تسهیلات را ماکسیمم می‌نماید. به‌طور کلی این تابع هدف بیان می‌کند که به y_j و y_k ‌هایی مقدار ۱ بگیرد که حداکثر پراکندگی را از یکدیگر دارند و به y_j و y_k ‌هایی که فاقد این ویژگی هستند، مقدار صفر تعلق گیرد. به این ترتیب نقاطی انتخاب خواهند شد که بیشترین فاصله را از یکدیگر دارند. در مدل مذکور تسهیلاتی از ابتدا در شبکه مستقر هستند. در این حالت، هدف آن است که از بین جواب‌های بهینه جوابی انتخاب شود که شامل تسهیلات موجود نیز باشد. به همین علت مدل باید به گونه‌ای باشد که تمایل بیشتری به انتخاب مکان‌های دارای تسهیلات موجود داشته باشد.

تابع هدف (۱) به گونه‌ای است که از بین جواب‌های بهینه مسئله موردنظر، جوابی انتخاب شود که نقاط موجود را شامل شود. به همین منظور با اضافه نمودن ضریب $(I+\epsilon)$ برای نقاط بالقوه‌ی استقرار تسهیلات جدید در تابع مینیمم‌سازی و ضریب $(I+\epsilon)$ در تابع ماکسیمم‌سازی، عملاً اولویت بیشتری برای تسهیلات موجود در نظر گرفته شده است. همچنین از میان تسهیلات موجود نیز آن‌هایی که حداکثر فاصله را از یکدیگر دارند انتخاب شوند. به عبارت دیگر در حداکثرسازی فاصله بین تسهیلات، اولویت با تسهیلات موجود باشد. موضوع دیگر که می‌بایست مورد بررسی قرار گیرد میزان اولویتی است که تصمیم‌گیرنده برای دو هدف مسئله در نظر گرفته است. در صورتی که کمینه‌سازی هزینه و تسهیلات اولویت نخست باشد وزن بیشتری به آن تعلق خواهد گرفت و در صورتی که بیشینه‌سازی فاصله اولویت باشد وزن بیشتر به قسمت دوم اختصاص می‌یابد. در این تابع هدف به دلیل چند منبعی بودن مسئله هزینه‌ی حمل‌ونقل نیز لحاظ شده است. با توجه به این که هزینه‌ی حمل‌ونقل با بیشینه‌سازی فاصله‌ی تسهیلات در تضاد است وزن‌های متفاوتی برای آن لحاظ شده است. در مدل فوق وزن اول به کمینه‌سازی هزینه‌ها و وزن دوم به بیشینه‌سازی فاصله‌ی تسهیلات تعلق دارد.

محدودیت (۲) پوشش کامل نقاط تقاضا را توسط تسهیلات جدید و موجود تضمین می‌نماید. **محدودیت (۳)** تضمین می‌کند که تقاضای هر مشتری تامین گردد. این در شرایطی است که تقاضای نقطه‌ی i به صورت ترکیبی از تسهیلات مختلف تامین شود و به اصطلاح حالت چند منبعی باشد. **محدودیت (۴)** مانع از این می‌شود که تقاضای کل تخصیص داده شده به یک تسهیل بیش از ظرفیت آن تسهیل باشد.

به منظور اینکه تعداد تسهیلات از جواب بهینه‌ی مدل اولیه بیشتر نشود $\epsilon < I/J_n$ در نظر گرفته شده است.

محدودیت (۶) نیز به صفر و یک بودن متغیر مسئله اشاره می‌نماید.

۴- روش حل

مطالعات انجام شده بر روی مدل پوشش کامل نشان می‌دهد که این مسئله به دلیل پیچیدگی محاسباتی متعلق به کلاس NP -COMPLETE است و با افزایش ابعاد مسئله زمان حل به‌طور تصاعدی افزایش می‌یابد و امکان دستیابی به مقدار بهینه بسیار زمان‌بر و ناکارآمد است (گری و جانسون^۱، ۱۹۷۹؛ کریستوفید نیکو^۲، ۱۹۸۶؛ ریچتر و همکاران^۳، ۲۰۰۷؛ کارپ^۴، ۱۹۷۲).

ارکات (۱۹۹۰) با کاهش مسئله پراکندگی به مسئله گروهک^۵ اثبات نموده است که مسئله پراکندگی یک مسئله NP -Hard است. همین‌راوی و همکاران^۶ (۱۹۹۴) نشان داده‌اند که برای مسئله پراکندگی یک الگوریتم کارآمد با زمان چندجمله‌ای وجود ندارد مگر این که $NP=P$ باشد. حتی اگر ماتریس فاصله نابرابری مثلثاتی را هم رعایت نماید مسئله NP -HARD باقی خواهد ماند. با فرض $NP \neq P$ در

^۱Garey M, Johnson

^۲Christofides Nicos

^۳Richter

^۴Karp

^۵Clique problem

^۶Ravi

صورت رعایت نابرابری مثلثاتی، با ضریب تقریب $\rho=2$ می‌توان یک حد پایین برای مسئله ارائه نمود. اگرچه برای مسئله $PDSP$ ، الگوریتم تقریبی با ضریب تقریب ثابت بدون فرض نابرابری مثلثاتی وجود ندارد، با این حال کرتسارز و پیلگ^۲ (۱۹۹۶) یک الگوریتم تقریبی با ضریب تقریب متغیر و آساهیرا و همکاران^۳ (۱۹۹۳) یک الگوریتم تقریبی بر پایه روش حریمانه با ضریب تقریب کراندار ارائه نموده‌اند. به همین منظور از الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری جهت حل این‌گونه مسائل استفاده می‌شود. جاکوب و بروسکو^۴ (۱۹۹۳) یک روش ابتکاری بر پایه الگوریتم شبیه‌سازی تبرید برای مدل پوشش مجموعه پیشنهاد نموده‌اند. بیزلی^۵ (۱۹۹۰) یک روش ابتکاری بر پایه الگوریتم آزادسازی لاگرانژ به‌منظور حل مدل پوشش کامل ارائه داده است.

بیزلی و چو^۶ (۱۹۹۶) در سال ۱۹۹۶ نخستین محققانی بودند که از روش GA در مدل‌های پوششی استفاده نمودند و عملکرد آن را با روش‌های ابتکاری داسکین و روش $CPLX$ مورد مقایسه قرار دادند. نتایج آن‌ها نشان داد که استفاده از الگوریتم ژنتیک منجر به جوابی رضایت‌بخش در زمان محاسباتی معقول می‌گردد. آن‌ها با چندین اصلاح در الگوریتم ژنتیک پایه و تعریف عملگر تقاطع ابتکاری متناسب با مسئله پوشش کامل، باعث بهبود و افزایش تنوع جواب‌های تولیدشده شده‌اند. نتایج محاسباتی نشان داد که عملگر ابتکاری تعریف‌شده باعث ایجاد جواب بهتر نسبت به عملگر تک مقطع و دو مقطع شده است، اما نسبت به عملگر یکنواخت تفاوت قابل توجهی نداشته است که نشان‌دهنده مناسب بودن استفاده از این دو عملگر برای حل مسائل پوشش کاملاً است. السلطان و همکاران^۷ (۱۹۹۶) از روش کاهش لاگرانژ، شمارش ضمنی و الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله پوشش مجموعه استفاده نموده‌اند و به بررسی جواب‌های حاصل پرداخته‌اند. نتایج نشان از کیفیت بهتر جواب حاصل‌شده از الگوریتم ژنتیک توسعه‌یافته، نسبت به دو الگوریتم دیگر برای حل مدل پوشش کامل داشته است. سولار و همکاران^۸ (۲۰۰۲) با توزیع بخش‌های مستقل الگوریتم ژنتیک بر چندین المان پردازشی که به‌طور موازی عمل می‌کنند از الگوریتم ژنتیک موازی برای حل مسئله پوشش کامل استفاده نموده‌اند.

سولار و همکاران (۲۰۰۲) با توزیع بخش‌های مستقل الگوریتم ژنتیک بر چندین المان پردازشی که به‌طور موازی عمل می‌کنند از الگوریتم ژنتیک موازی برای حل مسئله پوشش کامل استفاده نموده‌اند. چاندو^۹ (۲۰۱۴)، عبدالحلیم^{۱۰} (۲۰۱۵)، کولومبو و همکاران^{۱۱} (۲۰۱۶) و فم و همکاران^{۱۲} (۲۰۱۷) نیز از این روش برای حل مسائل پوشش استفاده نموده‌اند. نتایج آن‌ها حاکی از آن است که الگوریتم ژنتیک کارایی بالایی در حل مسائل پوشش دارد.

به همین منظور برای حل مدل پیشنهادی، الگوریتمی بر مبنای رویکرد ژنتیک طراحی شده است. شایان ذکر است که هر الگوریتم ژنتیک متشکل از اجزای گوناگون و متنوعی است که با به‌کارگیری هرکدام، الگوریتم جدیدی حاصل می‌شود و این تغییرات در عملکرد و کارایی الگوریتم اثرگذار است. به‌منظور بهبود و افزایش اطمینان جواب‌های به‌دست آمده از روش طراحی آزمایش تاگوچی برای تنظیم پارامترهای الگوریتم استفاده گردیده است.

۱-۴- الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک یک روش بهینه‌سازی ابتکاری است که در حل مسائل $NP-Hard$ کاربرد دارد. در این الگوریتم روش جستجو بر مبنای ساختار ژن‌ها و کروموزوم‌ها و به‌صورت تصادفی است که در عین تصادفی بودن دارای ساختاری هدف‌گرا می‌باشد.

این الگوریتم در جستجوی جواب‌ها به طرز کار ویژه‌ی مسئله توجه نمی‌کند. به همین دلیل برای هر نوع تابع هدفی با محدودیت‌های خطی و غیرخطی و هر نوع فضای جستجو اعم از پیوسته، گسسته و مرکب قابل استفاده است و از انعطاف بالایی برخوردار است. این

^۱P-Dispersion-SumProblem

^۲Asahiro

^۳Kortsarz & Peleg

^۴Jacobs & Brusco

^۵Beasley

^۶Beasley & Chu

^۷Al-Sultan

^۸Solar et al.

^۹Ch&u

^{۱۰}Abdulhalim

^{۱۱}Colombo et al.

^{۱۲}Pham



قابلیت به GA این امکان را می‌دهد که برای بهینه‌سازی هر نوع مسئله متعلق به زمینه‌های مختلف استفاده گردد. در الگوریتم ژنتیک به جای استفاده از مشتق و گرادیان از تابع برازندگی استفاده می‌شود. جواب‌های ممکن مسئله به وسیله‌ی رشته‌های عددی کدگذاری می‌شوند و جستجوی بالقوه بخش عظیمی از فضاها به منظور یافتن جواب بهینه صورت می‌پذیرد. یکی از مزیت‌های الگوریتم ژنتیک امکان ایجاد تعادل بین دو فاکتور اکتشاف و استخراج است به صورتی که علاوه بر سراسری بودن جستجو، استخراج جواب‌های بهتر حول یک پاسخ را نیز در نظر داشته باشد که این مهم با تنظیم صحیح مقدار پارامترهای الگوریتم ژنتیک حاصل خواهد شد. بدین منظور از روش طراحی آزمایش تاگوچی برای تنظیم پارامترهای الگوریتم استفاده گردیده است. همچنین برخلاف سایر روش‌ها که معمولاً در یک ناحیه جواب را جستجو می‌نمایند، این روش به طور هم‌زمان چندین ناحیه از فضای جواب‌های موجه را مورد جستجو قرار می‌دهد. در نتیجه الگوریتم کمتر گرفتار تله بهینگی محلی می‌شود.

در ادامه، مراحل پیاده‌سازی الگوریتم ژنتیک در مسئله‌ی تحت بررسی، تشریح می‌شود.

۲-۴- نمایش ساختار جواب

برای تعریف یک الگوریتم ژنتیک در ابتدا می‌بایست مکانیزمی برای نمایش جواب‌های مسئله در قالب یک کروموزوم تعریف نمود. ساختار مدل پوشش به گونه‌ای است که به ازای هر مکان بالقوه، یا تسهیل در آن مستقر می‌شود یا اینکه قرار نمی‌گیرد، بنابراین هر مکان به عنوان یک ژن در نظر گرفته می‌شود که در صورت استقرار تسهیل مقدار آن برابر یک و در غیر این صورت صفر می‌شود. در نتیجه مناسب‌ترین روش برای نمایش کروموزوم‌ها در الگوریتم، سیستم باینری می‌باشد. هدف از این کار تبدیل جواب مسئله به رشته‌های عددی است.

جدول ۱ نشان‌دهنده یک جواب نمونه از مدلی با ۱۰ نقطه‌ی بالقوه است که در نقاط ۳، ۶، ۷ و ۸ تسهیلی مستقر نشده است.

جدول ۱- ساختار جواب.

Table 1- Structure of the answer.

1	1	0	1	1	0	0	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

۳-۴- ایجاد جمعیت اولیه

پس از مشخص نمودن سیستم کدگذاری و تبدیل هر جواب به کروموزوم در این مرحله یک جمعیت اولیه از کروموزوم‌ها تولید می‌شود. در اکثر مواقع این جمعیت اولیه به صورت تصادفی تولید می‌گردد. جمعیت اولیه می‌بایست به گونه‌ای ایجاد شود که در آن هیچ کروموزوم تکراری و جواب غیرموجهی وجود نداشته باشد.

نکته‌ی دیگر به دست آوردن جواب بهینه برای اندازه‌ی جمعیت است. به طور کل اندازه‌ی جمعیت کوچک اجازه‌ی جستجوی اثربخش فضای جواب را فراهم نمی‌آورد و اندازه‌ی جمعیت بزرگ نیز به کارایی الگوریتم و زمان رسیدن به جواب معقول آسیب وارد می‌کند. در جدول زیر ۵ جمعیت اولیه به صورت تصادفی تعریف شده است. هر رشته جواب یک کروموزوم نامیده می‌شود. برای هر کروموزوم ۹ ژن در نظر گرفته شده است که بیانگر مکان‌های بالقوه برای استقرار تسهیلات می‌باشد.

جدول ۲- جمعیت اولیه.
Table 2- Primary population.

ژن‌ها									
1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
2	0	1	1	0	0	0	0	1	0
3	0	0	1	1	0	0	1	0	1
4	0	1	0	0	1	1	1	0	0

۴-۴- عملگر انتخاب

به‌طور کلی صلاحیت یک کروموزوم برای انتخاب شدن به‌منظور تولیدمثل و یا انتقال به نسل بعد به میزان برازندگی آن بستگی دارد. در این تحقیق از روش تصادفی به‌عنوان مکانیزم نمونه‌گیری برای انتخاب کروموزوم‌ها استفاده شده است که در آن احتمال یکسانی برای انتخاب هر کروموزوم برقرار است. به‌عنوان نمونه به‌صورت تصادفی ۲ ردیف کروموزوم از ۵ کروموزوم جدول ۲ را برای تولید فرزند انتخاب می‌گردد.

۴-۵- عملگر تقاطع

هدف اصلی استفاده از عملگر تقاطع، ترکیب خصوصیات دو جواب والد انتخاب‌شده از جمعیت، به‌منظور تولید فرزندانی بهتر است. به این منظور یک یا چند ژنوم از دو کروموزوم را انتخاب نموده و مقادیر آن‌ها تعویض می‌گردد. از دیگر مفاهیم مورد اهمیت در رابطه با عملگر مذکور، نرخ تقاطع است که به‌صورت نسبت فرزندانی تولیدشده در هر نسل و از طریق فرآیند تقاطع به‌اندازه‌ی جمعیت اصلی تعریف می‌شود. اگرچه نرخ تقاطع بزرگ‌تر موجب جستجوی بخش وسیع‌تری از فضای جواب می‌گردد ولی تقاطع بیش از حد بزرگ نیز موجب اتلاف وقت به‌خاطر سرکشی به فضاهای بی‌ثمر در فضای جواب خواهد شد.

در این تحقیق از سه روش متفاوت تقاطع یک نقطه، دو نقطه و یکنواخت برای تولید فرزند استفاده شده است. با توجه به نتایج عملگر تقاطع یکنواخت نسبت به دو عملگر فوق تنوع بیشتری در جواب‌ها ایجاد نموده و باعث جستجوی بهتر فضای جواب می‌گردد که ازجمله نقاط قوت این عملگر محسوب می‌شود. در این روش رشته‌ای باینری با طولی برابر طول والدین به‌صورت تصادفی تعریف می‌شود. اگر عدد هر موقعیت در رشته‌ی تعریفی یک باشد فرزند اول موقعیت موردنظر را از والد اول و در غیر این صورت از والد دوم ارث خواهد برد. در مورد فرزند دوم نیز عکس این موضوع اتفاق خواهد افتاد.

جدول ۳- تقاطع یکنواخت.
Table 3- Uniform intersection.

ژن‌ها									
کروموزوم									
۱ والد	1	1	0	0	1	1	0	0	0
۲ والد	1	0	1	0	0	1	1	0	0
الگوی باینری	1	0	0	1	1	0	0	0	0
۱ فرزند	1	0	0	0	1	1	1	0	0
۲ فرزند	1	1	0	0	0	1	0	0	0

این عملگر ویژگی تصادفی بودن و امکان فرار از نقاط بهینه‌ی محلی را فراهم می‌آورد. در این روش به منظور ایجاد نوسان در کروموزوم‌ها، یک یا چند ژن از یک کروموزوم را انتخاب نموده و مقادیرشان تغییر داده می‌شود. تغییرات بیشتر موجب حاصل جواب تصادفی‌تر خواهد شد. نرخ جهش بالا از همگرایی جمعیت به سمت یک جواب خاص جلوگیری خواهد نمود. همچنین هنگامی که مقادیر جواب غیر یکسان است، کاهش احتمال جهش موثر خواهد بود. از نکات مورد اهمیت دیگر در این روش تعداد نقاط لازم برای جهش می‌باشد که برای هر مسئله متفاوت است. در این تحقیق از جهش یکنواخت استفاده شده است که مبتنی بر انتخاب تصادفی نقاط تغییر می‌باشد.

در این عملگر ابتدا یک یا چند ژن به تصادف از کروموزوم موردنظر انتخاب می‌گردد و مستقیماً مقدار ژن‌های انتخابی از صفر به یک و یا از یک به صفر معکوس می‌گردد.

جدول ۴- جهش یکنواخت.

Table 4- Uniform jump.

والد	0	1	1	0	0	1	1
فرزند	0	0	0	0	1	1	1

۶-۴- انتخاب نسل جدید

پس از تولید فرزندان، مقدار تابع برازندگی برای هریک از کروموزوم‌ها محاسبه شده و سپس مقادیر به‌دست‌آمده از خوب به بد مرتب می‌گردد و از ابتدای لیست به تعداد اندازه‌ی جمعیت مجدداً کروموزوم‌ها انتخاب خواهد شد. لازم به ذکر است عملگر انتخاب برای تولید نسل بعدی می‌تواند از همه‌ی نوزادان یا بخشی از آن‌ها استفاده کند زیرا اصولاً تضمینی برای بهبود هر فرزند از والد خود وجود ندارد. به همین منظور بهتر است به جای جایگزین کردن هر والد با فرزند، کلیه والدین و نوزادان برای انتخاب دارای شانس برابر باشند. مزیت این روش این است که با افزایش نرخ جهش و تقاطع می‌توان کارایی الگوریتم را بالا برد.

۷-۴- توقف الگوریتم

برخلاف روش‌های همسایگی الگوریتم ژنتیک یک رویکرد جستجوی تصادفی است که می‌تواند تا ابد ادامه یابد. به همین منظور برای توقف الگوریتم شرایطی موردنیاز است. در این تحقیق معیار توقف الگوریتم حداکثر تکرار در تولید نسل است. همچنین میزان بهبود در مقدار تابع مطلوبیت نسل‌ها نیز موردتوجه می‌باشد.

۸-۴- استراتژی رویارویی با محدودیت‌ها

چگونگی برخورد با محدودیت‌های مسئله از موارد مهم در اجرای الگوریتم ژنتیک می‌باشد. زیرا عملگرهای مورد استفاده در الگوریتم ممکن است کروموزوم‌هایی تولید کنند که به نواحی غیرموجه فضای جواب تعلق داشته باشند. یکی از متداول‌ترین تکنیک‌ها جهت مواجهه با محدودیت‌ها و جواب‌های غیرموجه استفاده از استراتژی جریمه‌ای می‌باشد. به این گونه که در ابتدا محدودیت‌های مسئله در نظر گرفته نمی‌شود بلکه برای هر میزان تخلف از محدودیت‌های مسئله، یک جریمه لحاظ می‌شود که در تابع هدف منظور می‌گردد. نکته‌ی مثبت این روش عدم حذف ساده‌ی جواب‌های غیرموجه است، زیرا ممکن است در ژن‌های این کروموزوم‌ها اطلاعات مفیدی وجود داشته باشد که با اندکی تغییر به جوابی موجه و باکیفیت مناسب تبدیل شوند. در مدل مذکور برای محدودیت‌های (۲) و (۴) از استراتژی جریمه‌ای استفاده شده است و در تابع هدف قرار گرفته‌اند. اما محدودیت (۳) به همراه کمینه‌سازی هزینه‌ی حمل و نقل و به‌صورت مدلی خطی، تحت مسئله‌ی حمل و نقل به‌صورت جداگانه حل شده و مقدار آن به تابع هدف اضافه می‌شود.



به طور خلاصه گام‌های اجرایی الگوریتم استفاده شده در قالب شبه کد در الگوریتم ۱ ارائه شده است.

۵- روش تاگوچی



۳۷۴

تنظیم پارامترهای الگوریتم تاثیر قابل توجهی در عملکرد آن دارد. در این بخش به بررسی مقدار عددی مناسب پارامترهای اصلی الگوریتم ژنتیک مانند اندازه جمعیت، نرخ جهش، نرخ تقاطعی، تعداد تکرار و درصد انتخابی از نسل جدید پرداخته شده است. برای این منظور از روش طراحی آزمایش تاگوچی استفاده شده است.

طراحی آزمایش یک راهکار علمی است که در طی آن با ایجاد تغییرات در پارامترهای الگوریتم به بررسی تغییرات حاصل شده و اثرات این عوامل در خروجی می‌پردازد. هدف این آزمایش به دست آوردن ترکیبی مناسب از مقادیر پارامترها در کمترین زمان است. در روش تاگوچی با توجه به تعداد پارامترهای انتخابی به منظور بررسی و سطوح آزمایش، از آرایه‌های متعامد (آرتوگونال)^۱ به عنوان ماتریس آزمایشات استفاده می‌گردد.

در این روش میزان تغییرات تابع هدف نسبت به مقادیر مختلف پارامترها با عاملی به نام نسبت سیگنال به نویز^۲ معرفی می‌گردد و فاکتورهایی که دارای بیشترین مقدار سیگنال به نویز باشد، به عنوان شرایط بهینه انتخاب می‌شوند (موری^۳، ۱۹۹۱).

در این مقاله برای تنظیم عامل‌های نرخ جهش، درصد انتخاب، ماکزیمم تکرار حلقه اصلی و تعداد جمعیت اولیه که از فاکتورهای اصلی الگوریتم ژنتیک و تاثیرگذار بر خروجی محسوب می‌شوند از روش تاگوچی استفاده شده است. بر این اساس برای هر عامل ۳ سطح به صورت جدول ۴ تعریف شده است. در نتیجه ۹ حالت برای ارزیابی این عوامل وجود دارد که به جداول تاگوچی شهرت یافته است. مقادیر مورد نظر برای تنظیم پارامترها بر روی نمونه مسئله‌ای با ۲۰ گره محاسبه گردیده است. لازم به ذکر است که پارامتر $nvar$ معرف تعداد گره‌های مسئله است.

جدول ۴- فاکتورها و تعداد سطوح آن‌ها.

Table 4- Factors and the number of their levels.

فاکتورها	سطح ۱	سطح ۲	سطح ۳
نرخ جهش	0.1	0.2	0.4
تعداد جمعیت اولیه	n var	2n var	4n var
تعداد تکرار الگوریتم	5n var	8n var	10n var
درصد انتخاب	0.1	0.2	0.3

بر این اساس جدول آرتوگونال مورد نظر بر اساس تعداد عامل‌ها و سطوح آزمایش تشکیل شده است.

با توجه به نتایج جدول، اثرات عوامل کنترل بر نمودار سیگنال به نویز بررسی شده است. نتایج حاصل شده در این نمودار از اجرای روش تاگوچی در نرم افزار Minitab در حالتی که مقدار کمتر معرف بهینه می‌باشد به دست آمده است.

^۱Orthogonal

^۲Signal to Noise (S/N)

^۳Mori

- (1) Start
- (2) Define number of variables
- (3) Input Vertices randomly (x_i, y_i)
- (4) Define covering matrix $a(i, j)$ and Total covering constraint for $i=1 \dots n$ and $j=1 \dots m$
- (5) Define Euclidean distance matrix $dis(j, k)$ and evaluate randomly then put coverage distance
- (6) Define Capacity(s_j), demand (d_j) and transportation's cost(c_{ij}) matrices
- (7) Select existence facilities
- (8) Modeling linear program for transportation problem (f_{min}) considering demand's constraint

$$= \sum_{j=1}^m b_{ij}$$
- (9) Coding objective functions (z) based on minimization
- (10) Define and evaluate GA parameters
- (11) Initialize population
- (12) Evaluate population based on binary code randomly
- (13) Select two parents pi_1, pi_2 from population for $i=1 : pc * npop / 2$
- (14) Generate children_Crossover($p1, p2$)= $c1, c2$
- (15) Select one of population randomly (fi) for $i=1 : pm * npop$
- (16) Mutate (fi)
- (17) Add crosspop and mutpop to the population
- (18) Compute the fitness of each population individual
- (19) Order the populations and values
- (20) Define the selection process
- (21) Update the population for next generation
- (22) Repeat: based on value of iter
- (22) End.



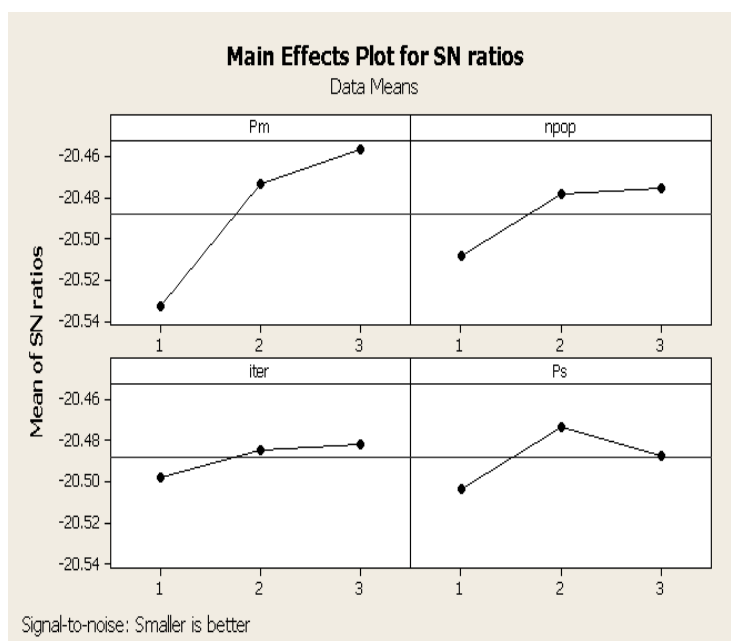
Table 5- Artogonal related to four factors and three levels.

مقدار	درصد	تعداد تکرار	تعداد	نرخ	شماره تکرار
تابع هدف	انتخاب	الگوریتم	جمعیت	جهش	آزمایش
اولیه					
10.69	1	1	1	1	1
10.60	2	2	2	1	2
10.61	3	3	3	1	3
10.58	3	2	1	2	4
10.56	1	3	2	2	5
10.54	2	1	3	2	6
10.54	2	3	1	3	7
10.54	3	1	2	3	8
10.57	1	2	3	3	9



در این نمودار برای هر فاکتور مقدار سیگنال به نویز در محور عمودی و سطح‌ها نیز در محور افقی مشخص شده است. به طور کل هر چه مقدار سیگنال به نویز بیشتر باشد مسئله به هدف تعریف شده نزدیک‌تر است.

برای پارامتر نرخ جهش، مطابق نمودار ردیف اول سمت چپ سطح ۳ با مقدار 0.4 انتخاب شده است. به همین ترتیب پارامتر درصد انتخاب، طبق نمودار ردیف دوم سمت راست، مقدار 0.2 را به خود اختصاص داده است. همچنین با افزایش مقادیر پارامترهای اندازه‌ی جمعیت اولیه و تعداد تکرار الگوریتم جواب مناسب‌تری حاصل خواهد شد. با توجه به نتایج حاصل شده، بهترین مقادیر برای پارامترها در جدول ۶ ارائه شده است.



شکل ۱- نمودار مقایسه سطح‌ها.

Figure 1- Comparison of levels graph.



جدول ۶- مقادیر مناسب پارامترهای الگوریتم.
Table 6- Appropriate values of algorithm parameters.

تابع هدف	درصد انتخاب	تعداد تکرار الگوریتم	تعداد جمعیت اولیه	نرخ جهش
10.54	0.2	$8 * Nvar$	$4 * Nvar$	0.4

۶- نتایج محاسباتی

در این بخش به منظور ارزیابی صحت مدل ریاضی و کارایی الگوریتم پیشنهادی، نمونه مسئله‌ای در مقیاس کوچک ارائه شده است. لازم به ذکر است با توجه به این که مدل ارائه شده از نوع برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح آمیخته^۱ است، ابتدا حل این مسئله به روش دقیق، توسط نرم‌افزار GAMS و حل‌کننده BARON انجام شد که نتایج به دست آمده، عدم توانایی در حل مسئله‌ی مذکور را نشان می‌دهد. به این ترتیب از الگوریتم ژنتیک و نرم‌افزار MATLAB برای حل استفاده شده است.

به این منظور، نخست یک شبکه به صورت تصادفی تولید و سپس فاصله بین نقاط به صورت اقلیدسی محاسبه شده است. شایان ذکر است که نقاط تقاضا و نقاط استقرار تسهیلات هر دو بر هم منطبق بوده و بر روی گره‌های شبکه مستقر هستند. به عنوان نمونه فرض کنید مجموعه متغیرهای $\{y_1, y_2, \dots, y_{10}\}$ را به عنوان ۱۰ نقطه بالقوه به منظور استقرار تسهیلات در اختیار داریم. هدف تعیین مکان و حداقل تعداد تسهیلاتی است که با توجه به ماهیتشان علاوه بر پوشش کامل تقاضا می‌بایست حداکثر فاصله را از یکدیگر داشته باشند. در این مثال محدودیتی برای تعداد تسهیلات در نظر گرفته نشده است. همچنین ۲ تسهیل $\{y_7, y_{11}\}$ در شبکه موجود است. با توجه وجود ۱۰ گره در شبکه برای هریک تقاضا و ظرفیت جداگانه در نظر گرفته شده است.

همان‌گونه که اشاره شد در مدل‌های چندمنبعی تقاضای هر نقطه از چند تسهیل تامین خواهد شد. مقدار هزینه‌ی حمل و نقل به نسبت فاصله‌ی تسهیلات و نقاط تقاضا از یکدیگر تعریف شده است. شایان ذکر است که تابع هدف مربوط به هزینه حمل و نقل و محدودیت مربوط به آن در قالب یک مسئله‌ی حمل و نقل به صورت مدل برنامه‌ریزی خطی تعریف و حل شده است و سپس به تابع هدف اضافه شده است.

میزان اهمیت هر یک از اهداف نیز از طریق اوزان $w_1 = 0.06$ و $w_2 = 0.04$ مشخص شده است. مقدار w به منظور اولویت‌دهی به تسهیلات موجود برابر $1/20$ در نظر گرفته شده است. همچنین محدودیت‌های مربوط به پوشش کامل و ظرفیت تسهیلات نیز به صورت جریمه در تابع هدف لحاظ گردیده است. همان‌گونه که اشاره شد برای اجرای الگوریتم ژنتیک بر روی مثال‌های عددی پارامترهای ورودی الگوریتم توسط روش تاگوچی تنظیم شده است برای پارامتر اندازه جمعیت با در نظر گرفتن سطح $4Nvar$ حاصل از آزمایش تاگوچی، مقدار ۴۰ انتخاب شده است. که در آن $Nvar$ معرف تعداد تسهیلات و برابر ۱۰ است. معیار توقف الگوریتم تعداد ۲۰۰ تکرار در تولید نسل است و حلقه بهبود الگوریتم تا رسیدن به معیار توقف ادامه می‌یابد.

از مدل و روش حل ارائه شده برای ۱۰ مسئله با ابعاد بزرگ‌تر نیز استفاده شده است که خروجی آن‌ها در جدول ۷ ارائه شده است. شایان ذکر است که الگوریتم طراحی شده در محیط برنامه‌نویسی C کدنویسی و کلیه محاسبات بر روی یک رایانه با مشخصات 2.3 GHz, 4GB RAM, Intel Core i5, انجام شده است. برای هر مسئله الگوریتم ژنتیک ۱۰ بار اجرا شده است.

^۱Mixed Integer Nonlinear Programming

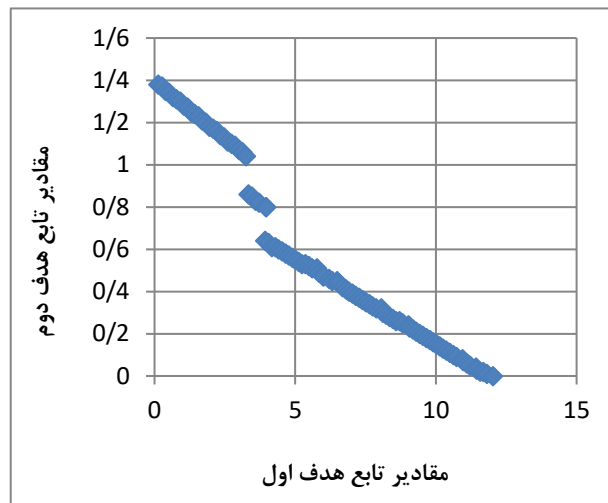
به منظور بررسی بهتر عملکرد مسئله، میزان تغییرات مقدار تابع هدف نسبت به مقادیر اوزان در نظر گرفته شده برای اهداف کمینه‌سازی هزینه‌ها و پراکندگی تسهیلات، توسط الگوریتم ژنتیک پیشنهادی، در قالب مسئله‌ای با ۲۰ نقطه‌ی بالقوه و ۳ تسهیل موجود محاسبه شده است. مقادیر تابع هدف به ازای ۱۰۰ مسئله با اوزان $0/1$ تا ۱ در شکل ۲ قابل مشاهده می‌باشد.

جدول ۷- نتایج اجرای ۱۰ نمونه مسئله.

Table 7- Results of running 10 sample problems.

شماره مسئله	ابعاد مسئله	نقاط بالقوه	تسهیلات موجود	جمعیت اولیه	تعداد تکرار	تابع هدف	تسهیل جدید	زمان پاسخ‌دهی (ثانیه)
1	10	8	2	40	200	5.98	4	169
2	20	17	3	80	200	10.54	9	400
3	30	24	6	120	200	17.53	22	613
4	40	35	5	160	200	15.22	15	1234
5	50	46	4	200	200	17.35	22	2358
6	60	52	8	240	200	20.92	33	3548
7	70	61	9	280	200	21.20	52	6126
8	75	67	8	150	150	20.82	53	2487
9	80	71	9	320	200	16.84	66	8924
10	85	76	9	170	200	15.24	69	5362
11	90	79	11	360	200	16.61	77	13732
12	90	81	7	180	200	16.27	74	6160
13	95	85	10	190	200	14.57	78	7470
14	100	88	12	400	200	18.24	72	16123
15	105	91	14	420	200	8.56	74	20600
16	110	95	15	220	100	10.41	75	5041
17	120	103	17	240	100	5.74	88	7747
18	130	112	18	260	100	2.65	94	9593
19	140	122	18	280	100	2.50	97	11058
20	150	131	19	300	100	1.33	99	12902
21	160	143	17	320	100	1.15	98	14513

مطابق شکل ۲، با توجه به در تضاد بودن هزینه‌ی حمل و نقل و پراکندگی تسهیلات مطابق انتظار میان دو هدف در نظر گرفته شده رابطه‌ی معکوس برقرار است. همچنین مقدار تابع هدف با وزن در نظر گرفته شده برای هدف اول ($W1$) رابطه مستقیم دارد. در حالی که نسبت به وزن پراکنده‌سازی تسهیلات ($W2$) رابطه عکس حاکم است. به این ترتیب اولویت دادن به پراکندگی تسهیلات موجب کاهش مقدار تابع هدف می‌شود.



شکل ۲- مقادیر تابع هدف نسبت به تغییر وزن‌های اعمال شده برای اهداف مسئله.

Figure 2- Values of the objective function relative to the change in weights applied to the problem objectives.

۷- نتیجه‌گیری و پیشنهاداتی آتی

پوشش مناسب تقاضا ازجمله موضوعات مهم در بحث مکان‌یابی تسهیلات محسوب می‌شود. از طرفی افزایش فاصله‌ی تسهیلات نیز در هنگام استقرار تسهیلات به‌منظور پراکنده‌سازی مناسب آن در یک شبکه حائز اهمیت است. بسیاری از مسائل مانند تعیین مکان و تعداد مراکز خدماتی، نظامی، تسهیلات حساس و نمایندگی‌های یک مجموعه شامل این موضوع می‌شوند. مدل پیشنهادی این پژوهش این قابلیت را دارد که با مدنظر قرار دادن پراکندگی بین تسهیلات، تمامی نقاط تقاضا را با حداقل هزینه مورد پوشش قرار دهد. از این رو گمان می‌رود که در مسائل مکان‌یابی پراکندگی - پوشش کاربرد داشته باشد. همچنین این مدل توانایی دارد که تسهیلات موجود را نیز در شبکه نقاط کاندید لحاظ کند. با توجه به این که مدل ریاضی ارائه شده به‌صورت برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح است به‌منظور حل آن از الگوریتمی مبتنی بر رویه استاندارد ژنتیک استفاده گردیده است و مقادیر پارامترهای الگوریتم توسط روش طراحی آزمایش‌ها (Taguchi) تنظیم شده است تا جواب از کیفیت بهتری برخوردار باشد. همچنین به‌منظور سنجش کارایی الگوریتم ارائه شده، مدل مذکور تحت برنامه‌ریزی عدد صحیح آمیخته به‌صورت دقیق توسط نرم‌افزار Gams حل شده است که با توجه به عدم توانایی در حل مسئله، در این مقاله تنها به ارائه‌ی نتایج به‌دست آمده از روش ژنتیک اکتفا شد. با توجه به نتایج ارائه شده، الگوریتم ژنتیک استفاده شده از بهبود نسبی برخوردار است. به‌منظور مطالعات آتی توسعه‌ی مسئله برای حالت عدم قطعیت پیشنهاد می‌گردد. همچنین استفاده از سایر روش‌های ابتکاری و فرا ابتکاری نیز توصیه می‌شود.

منابع

- Al-Sultan, K. S., Hussain, M. F., & Nizami, J. S. (1996). A genetic algorithm for the set covering problem. *Journal of the operational research society*, 47(5), 702-709. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(95\)00159-X](https://doi.org/10.1016/0377-2217(95)00159-X)
- Arkat, J., & Zamani, S. (2016). Critical facilities location problem considering principles of passive defense. *Journal of advanced defence science and technology*, 6(4), 265-276. Retrieved from <https://www.sid.ir/en/journal/ViewPaper.aspx?id=539349>
- Asahiro, Y., Iwama, K., Tamaki, H., & Tokuyama, T. (2000). Greedily finding a dense subgraph. *Journal of algorithms*, 34(2), 203-221. <https://doi.org/10.1006/jagm.1999.1062>
- Baouche, F., Billot, R., Trigui, R., & El Faouzi, N. E. (2014). Electric vehicle charging stations allocation model. *ROADEF - 15th annual congress of the French society for operational research and decision Aid, Feb 2014, Bordeaux, France*. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00946317/>
- Bashiri, M., & Yaghoubi, M. R. (2017). The nested hierarchical p-center modeling & solving with PSO algorithm. *Journal of modeling engineering*, 14(47), 187-197. (In Persian). <https://doi.org/10.22075/jme.2017.2478>
- Bashiri, M., Hajfathaliha, A., & Hejazi, T. H. (2010, January). A simulated annealing algorithm for bi-objective noxious network location problem considering dispersion and total cost. *2010 second international conference on computer modeling and simulation* (pp. 194-198). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICCMS.2010.414>
- Batta, R., Lejeune, M., & Prasad, S. (2014). Public facility location using dispersion, population, and equity criteria. *European journal of operational research*, 234(3), 819-829. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.10.032>
- Beasley, J. E. (1990). A lagrangian heuristic for set-covering problems. *Naval Research Logistics (NRL)*, 37(1), 151-164. Retrieved from [https://doi.org/10.1002/1520-6750\(199002\)37:1<151::AID-NAV3220370110>3.0.CO;2-2](https://doi.org/10.1002/1520-6750(199002)37:1<151::AID-NAV3220370110>3.0.CO;2-2)



- Beasley, J. E., & Chu, P. C. (1996). A genetic algorithm for the set covering problem. *European journal of operational research*, 94(2), 392-404. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(95\)00159-X](https://doi.org/10.1016/0377-2217(95)00159-X)
- Berman, O., Drezner, Z., & Krass, D. (2011). Discrete cooperative covering problems. *Journal of the operational research society*, 62(11), 2002-2012. <https://doi.org/10.1057/jors.2010.176>
- Berman, O., Kalcsics, J., & Krass, D. (2016). On covering location problems on networks with edge demand. *Computers & operations research*, 74, 214-227. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2015.04.005>
- Bhattacharya, U. K. (2011). A multi-objective obnoxious facility location model on a plane. *American journal of operations research*, 1(2), 39-45. <https://doi.org/10.4236/ajor.2011.12006>
- Chandu, D. P. (2014). A parallel genetic algorithm for generalized vertex cover problem. *International Journal of Computer Science and Information Technologies (IJCSIT)*, 5 (6), 7686-7689. <https://arxiv.org/abs/1411.7612>
- Abdulhalim, M. F., & Bara'a, A. A. (2015). Multi-layer genetic algorithm for maximum disjoint reliable set covers problem in wireless sensor networks. *Wireless personal communications*, 80(1), 203-227. <https://doi.org/10.1007/s11277-014-2004-8>
- Christofides, N. (1975). *Graph Theory. An Algorithmic Approach*, Computer science and applied mathematics. Academic Press; illustrated edition. <https://www.amazon.com/Graph-Theory-Algorithmic-Approach-Christofides/dp/0121743500>
- Colombo, F., Cordone, R., & Lulli, G. (2016). The multimode covering location problem. *Computers & operations research*, 67, 25-33. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2015.09.003>
- Current, J. R., & Storbeck, J. E. (1988). Capacitated covering models. *Environment and planning B: planning and design*, 15(2), 153-163. <https://doi.org/10.1068/b150153>
- Daskin, M. S. (2011). *Network and discrete location: models, algorithms, and applications*. John Wiley & Sons. <https://doi.org/10.1002/9781118537015>
- Degel, D., & Lutter, P. (2013). A robust formulation of the uncertain set covering problem. Retrieved from http://www.optimization-online.org/DB_FILE/2013/06/3926.pdf
- Erkut, E. (1990). The discrete p-dispersion problem. *European journal of operational research*, 46(1), 48-60. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(90\)90297-O](https://doi.org/10.1016/0377-2217(90)90297-O)
- Garey, M. R., & Johnson, D. S. (1979). *Computers and intractability a guide to the theory of NP-Completeness (series of books in the mathematical sciences)*. W. H. Freeman. <https://www.amazon.com/Computers-Intractability-NP-Completeness-Mathematical-Sciences/dp/0716710455>
- Gupta, R., & Saxena, R. R. (2014). Fuzzy linear fractional set covering problem with imprecise costs. *RAIRO-operations research*, 48(3), 415-427. <https://doi.org/10.1051/ro/2014015>
- Hakimpour, F., Talat Ahary, S., & ranjbar, a. (2017). the assessment and Comparison of a Genetic Algorithm, Simulated Annealing and Cuckoo Optimization Algorithm for Optimization of the Facility Location under Competitive Conditions (Case Study: Banks). *Journal of modeling engineering*, 15(48), 231-246. **(In Persion)**. <https://doi.org/10.22075/jme.2017.2447>
- Hemmati, M., & Smith, J. C. (2016). A mixed-integer bilevel programming approach for a competitive prioritized set covering problem. *Discrete optimization*, 20, 105-134. <https://doi.org/10.1016/j.disopt.2016.04.001>
- Jacobs, L. W., & Brusco, M. J. (1993). A simulated annealing-based heuristic for the set-covering problem. *Proc. "Operations management and information systems department"*. Northern Illinois University, Deklab, IL 60115, USA.
- Karbasian, M., & Dashti, M. (2011). Designing four multi-objective models for dispersion facilities location problems considering data envelopment analysis and maximum covering. *International journal of management science and engineering management*, 6(4), 298-306. <https://doi.org/10.1080/17509653.2011.10671177>
- Karp, R. M. (1972). Reducibility among combinatorial problems. In *Complexity of computer computations* (pp. 85-103). Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-1-4684-2001-2_9
- Keller, O. H. (1965). [Review of the book *Packing and covering*. (Cambridge tracts in mathematics and mathematical physics, No. 54) VIII+ 111 S. Cambridge 1964. At the University Press. Preis geb. 30 s. net. By C. A. Rogers]. *ZaMM*, 45(6), 450-450. <https://doi.org/10.1002/zamm.19650450620>
- Kortsarz, G., & Peleg, D. (1993). On choosing a dense subgraph. *Proceedings of 1993 IEEE 34th annual foundations of computer science* (pp. 692-701). IEEE. [10.1109/SFCS.1993.366818](https://doi.org/10.1109/SFCS.1993.366818)
- Liu, J. N., Hu, Y., & He, Y. (2014). A set covering based approach to find the reduct of variable precision rough set. *Information sciences*, 275, 83-100. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2014.02.023>
- Lutter, P., Degel, D., Büsing, C., Koster, A. M., & Werners, B. (2017). Improved handling of uncertainty and robustness in set covering problems. *European journal of operational research*, 263(1), 35-49. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.04.044>
- Mokhtari, H. (2017). Modeling and solution of job shop scheduling with no-wait orders to minimize makespan: a decomposition approach based on order sequencing and timetabling. *Journal of modeling engineering*, 15(50), 261-270. **(In Persion)**. <https://doi.org/10.22075/jme.2017.2567>
- Mori, T. (1991). *The new experimental design: Taguchi's approach to quality engineering*. Amer Supplier Inst. https://doi.org/10.1007/978-1-4615-5293-2_2
- Pham, T. A., Hà, M. H., & Nguyen, X. H. (2017). Solving the multi-vehicle multi-covering tour problem. *Computers & operations research*, 88, 258-278. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2017.07.009>
- Prokopyev, O. A., Kong, N., & Martinez-Torres, D. L. (2009). The equitable dispersion problem. *European journal of operational research*, 197(1), 59-67. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.06.005>
- Ravi, S. S., Rosenkrantz, D. J., & Tayi, G. K. (1994). Heuristic and special case algorithms for dispersion problems. *Operations research*, 42(2), 299-310. <https://doi.org/10.1287/opre.42.2.299>
- Richter, S., Helmert, M., & Gretton, C. (2007). A stochastic local search approach to vertex cover. In *annual conference on artificial intelligence* (pp. 412-426). Springer, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-540-74565-5_31
- Sadigh, A. N., Mozafari, M., & Kashan, A. H. (2010). A mixed integer linear program and tabu search approach for the complementary edge covering problem. *Advances in engineering software*, 41(5), 762-768. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2009.12.017>



- Solar, M., Parada, V., & Urrutia, R. (2002). A parallel genetic algorithm to solve the set-covering problem. *Computers & operations research*, 29(9), 1221-1235. [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(01\)00026-0](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(01)00026-0)
- Song, L., Chen, H., Gu, H., Huang, H., & Du, H. (2015). Set covering in fuel-considered vehicle routing problems. *Theoretical computer science*, 607, 471-479. <https://doi.org/10.1016/j.tcs.2015.06.009>
- Suletra, I. W., Priyandari, Y., & Jauhari, W. A. (2018). Capacitated set-covering model considering the distance objective and dependency of alternative facilities. *IOP conf. series: materials science and engineering*, 319. [10.1088/1757-899X/319/1/012072](https://doi.org/10.1088/1757-899X/319/1/012072)
- Toregas, C., Swain, R., ReVelle, C., & Bergman, L. (1971). The location of emergency service facilities. *Operations research*, 19(6), 1363-1373. <https://doi.org/10.1287/opre.19.6.1363>
- Tutunchi, G. K., & Fathi, Y. (2019). Effective methods for solving the Bi-criteria p-Center and p-Dispersion problem. *Computers & operations research*, 101, 43-54. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2018.08.009>
- Vieira, B. S., Ferrari, T., Ribeiro, G. M., Bahiense, L., Orrico Filho, R. D., Abramides, C. A., & Júnior, N. F. R. C. (2020). A progressive hybrid set covering based algorithm for the traffic counting location problem. *Expert systems with applications*, 160, 113641. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.113641>
- Zarandi, M. F., Davari, S., & Sisakht, S. H. (2012). The Q-coverage multiple allocation hub covering problem with mandatory dispersion. *Scientia iranica*, 19(3), 902-911. <https://doi.org/10.1016/j.scient.2012.03.007>



Licensee Decisions & Operations Research. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).